

EXAMENUL NAȚIONAL PENTRU DEFINITIVARE ÎN ÎNVĂȚĂMÂNTUL PREUNIVERSITAR

14 iulie 2021

Probă scrisă
MATEMATICĂ

Model

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă zece puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de patru ore.

SUBIECTUL I

(60 de puncte)

1. Se consideră funcția $f: \mathbb{R}^* \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{x^2 + 2x - 1}{x}$.
- 7p a) Arătați că $f(x) + f\left(\frac{1}{x}\right) = 4$, pentru orice număr real nenul x .
- 8p b) Demonstrați că orice dreaptă paralelă cu axa Ox intersectează graficul funcției f în exact două puncte.
2. Se consideră triunghiul ABC , dreptunghic în A , cu măsura unghiului ACB de 50° . Punctele M și N sunt situate pe latura AB astfel încât unghiurile ACM și NCB au măsura de 10° .
- 7p a) Arătați că $MB = MC$.
- 8p b) Demonstrați că $BN = 2AM$.
3. Se consideră x_1 , x_2 și x_3 rădăcinile polinomului $f = X^3 - (a+1)X - a$, unde a este număr real.
- 7p a) Arătați că, pentru orice număr real a , polinomul f se divide cu polinomul $X + 1$.
- 8p b) Știind că x_1 , x_2 și x_3 sunt numere întregi, demonstrați că numărul a este produsul a două numere naturale consecutive.
4. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x + \sqrt{x^2 + 9}$.
- 7p a) Arătați că $\sqrt{x^2 + 9} \cdot f'(x) = f(x)$, pentru orice număr real x .
- 8p b) Arătați că $\int_0^4 \ln(f(x)) dx = 8 \ln 3 - 2$.

SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

Următoarea secvență face parte din programa școlară de matematică pentru clasa a VI-a.

Competențe specifice și exemple de activități de învățare

Clasa a VI-a
1.6. Recunoașterea unor elemente de geometrie plană asociate noțiunii de triunghi <ul style="list-style-type: none">- Recunoașterea unor triunghiuri isoscele/echilaterale/ascutiunghice/dreptunghice/obtusunghice în configurații geometrice date- Recunoașterea elementelor caracteristice triunghiurilor în desene, machete, mediul înconjurător etc.- Descrierea unor caracteristici ale configurațiilor geometrice date referitoare la triunghi (prin observare, prin utilizarea instrumentelor geometrice)- Recunoașterea unor triunghiuri congruente într-o configurație geometrică dată
2.6. Calcularea unor lungimi de segmente, măsuri de unghiuri în contextul geometriei triunghiului <ul style="list-style-type: none">- Stabilirea tipului de triunghi prin efectuarea de calcule numerice cu lungimi de segmente și măsuri de unghiuri- Efectuarea de calcule numerice pentru formularea de răspunsuri privind liniile importante în triunghi- Efectuarea de măsurători cu raportorul și rigla pentru formularea de răspunsuri privind unghiurile exterioare ale unui triunghi, inegalități între laturi/unghiuri ale unui triunghi
3.6. Utilizarea criteriilor de congruență și a proprietăților unor triunghiuri particulare pentru determinarea caracteristicilor unei configurații geometrice <ul style="list-style-type: none">- Stabilirea congruenței unor triunghiuri identificând criteriul de congruență potrivit

<ul style="list-style-type: none"> - Utilizarea relației de congruență a triunghiurilor pentru stabilirea congruenței unor segmente sau unghiuri - Utilizarea proprietăților triunghiurilor isoscele/echilaterale/dreptunghice pentru determinarea unor lungimi de segmente, distanțe, măsuri de unghiuri, proprietăți ale punctelor de pe mediatore, bisectoare 	
4.6. Exprimarea în limbaj geometric simbolic și figurativ a caracteristicilor triunghiurilor și ale liniilor importante în triunghi <ul style="list-style-type: none"> - Transcrierea în limbaj simbolic a caracteristicilor triunghiurilor conținute în figuri geometrice date - Transcrierea, din figuri geometrice date, în limbaj simbolic a caracteristicilor liniilor importante în triunghi - Redactarea datelor cunoscute (ipoteze) și a celor necunoscute (concluzii), în raport cu o situație dată referitoare la triunghi - Evidențierea unor relații și proprietăți: unghi exterior unui triunghi, inegalități între laturi și relații între laturi și unghiuri ale unui triunghi etc. 	
5.6. Analizarea unor construcții geometrice în vederea evidențierii unor proprietăți ale triunghiurilor <ul style="list-style-type: none"> - Construcția unei configurații geometrice cu triunghiuri având proprietăți date, cu ajutorul instrumentelor geometrice sau al softurilor matematice - Analizarea setului de ipoteze ale unei probleme și elaborarea unei strategii de rezolvare prin raportarea adecvată la proprietățile studiate ale triunghiurilor - Analizarea și validarea veridicității unei afirmații folosind raționamente simple referitoare la triunghi - Analizarea validității unor enunțuri referitoare la triunghiuri rezultate prin modificarea unei ipoteze (necesar/suficient) sau prin interschimbarea unor informații din ipoteză și din concluzie 	
6.6. Transpunerea, în limbaj specific, a unei situații date legate de geometria triunghiului, rezolvarea problemei obținute și interpretarea rezultatului <ul style="list-style-type: none"> - Modelarea geometrică a unei situații concrete, asociind acesteia un desen, implicând și estimări (de exemplu, un traseu acasă – școală – teren de sport, reprezentat printr-un triunghi) - Argumentarea demersului de rezolvare a unei probleme de geometrie - Realizarea de conexiuni interdisciplinare sau practic-aplicative (de exemplu: planul înclinat, traseul de lungime minimă, reflexia) 	

[...]

Domeniu de conținut	Conținuturi
Geometrie	6. TRIUNGHIUL <ul style="list-style-type: none"> • Triunghiul: definiție, elemente; clasificare; perimetru; suma măsurilor unghiurilor unui triunghi; unghi exterior unui triunghi, teorema unghiului exterior • Construcția triunghiurilor: cazurile LUL, ULU, LLL; inegalități între elementele triunghiului (observate din cazurile de construcție) • Linii importante în triunghi: bisectoarele unghiurilor unui triunghi: concurența (fără demonstrație), cercul înscris în triunghi; mediatorele laturilor unui triunghi: concurență (fără demonstrație), cercul circumscris unui triunghi; înălțimile unui triunghi: definiție, construcție, concurența (fără demonstrație); medianele unui triunghi: definiție, construcție, concurența (fără demonstrație) • Congruența triunghiurilor oarecare: criterii de congruență a triunghiurilor: LUL, ULU, LLL; criteriile de congruență a triunghiurilor dreptunghice: CC, IC, CU, IU • Metoda triunghiurilor congruente, aplicații: proprietatea punctelor de pe bisectoarea unui unghi/mediatoarea unui segment • Proprietăți ale triunghiului isoscel; proprietăți ale triunghiului echilateral • Proprietăți ale triunghiului dreptunghic (cateta opusă unghiului de 30°, mediana corespunzătoare ipotenuzei – teoreme directe și reciproce); teorema lui Pitagora (fără demonstrație, verificări de triplete de numere pitagoreice, determinarea de lungimi folosind pătratele unor numere naturale)

Notă: Conținuturile vor fi abordate din perspectiva competențelor specifice. Activitățile de învățare sugerate oferă o imagine posibilă privind contextele de formare/dezvoltare a acestor competențe.

(Programa școlară pentru disciplina Matematică, OMEN nr. 3393/28.02.2017)

Pentru evaluarea la finalul unității de învățare „Linii importante în triunghi”, a trei dintre competențele specifice precizate în secvența de mai sus, elaborați trei itemi: un *item de tip completare*, un *item de tip alegere multiplă* și un *item de tip rezolvare de probleme*.

În elaborarea itemilor se vor avea în vedere următoarele aspecte:

- menționarea competenței specifice evaluate și a activității de învățare selectate;
- respectarea formatului fiecărui item elaborat;
- elaborarea răspunsului așteptat (baremul de evaluare) pentru fiecare dintre itemii elaborați;
- corectitudinea științifică a informației de specialitate.