

EXAMENUL NAȚIONAL PENTRU DEFINITIVARE ÎN ÎNVĂȚĂMÂNTUL PREUNIVERSITAR

14 iulie 2021

Probă scrisă

MATEMATICĂ

BAREM DE EVALUARE ȘI DE NOTARE

Model

- Se punctează orice modalitate de rezolvare corectă a cerințelor, în limita punctajului maxim corespunzător.
- Nu se acordă fracțiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat în barem.
- Se acordă zece puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărțirea la zece a punctajului total acordat pentru lucrare.

SUBIECTUL I

(60 de puncte)

1.	a) $f\left(\frac{1}{x}\right) = \frac{\frac{1}{x^2} + \frac{2}{x} - 1}{\frac{1}{x}} = \frac{-x^2 + 2x + 1}{x}$, pentru orice număr real nenul x	4p
	$f(x) + f\left(\frac{1}{x}\right) = \frac{x^2 + 2x - 1}{x} + \frac{-x^2 + 2x + 1}{x} = \frac{4x}{x} = 4$, pentru orice număr real nenul x	3p
	b) Dreapta $y = a$, unde a este număr real, intersectează graficul funcției f în exact două puncte \Leftrightarrow ecuația $f(x) = a$ are exact două soluții reale nenule și distincte	3p
	$f(x) = a \Leftrightarrow x^2 + 2x - 1 = ax \Leftrightarrow x^2 + (2 - a)x - 1 = 0, x \in \mathbb{R}^*$ Cum $\Delta = (2 - a)^2 + 4 > 0$, ecuația $x^2 + (2 - a)x - 1 = 0$ are două soluții reale distincte și, cum 0 nu este soluție a ecuației $x^2 + (2 - a)x - 1 = 0$, obținem că, pentru orice număr real a , ecuația $f(x) = a$ are exact două soluții reale nenule și distincte	2p 3p
2.	a) Triunghiul ABC este dreptunghic în A , deci $\sphericalangle MBC = 90^\circ - \sphericalangle ACB = 90^\circ - 50^\circ = 40^\circ$ $\sphericalangle MCB = \sphericalangle ACB - \sphericalangle ACM = 50^\circ - 10^\circ = 40^\circ$, deci $\sphericalangle MCB \equiv \sphericalangle MBC$ Triunghiul MCB este isoscel cu vârful în M , deci $MB = MC$	2p 3p 2p
	b) Dacă punctul P este simetricul punctului M față de punctul A , cum $AC \perp AB$, obținem că $\triangle PCM$ este isoscel, deci $PC = MC$ $\sphericalangle PNC = 50^\circ$, $\sphericalangle ACN = 50^\circ - 10^\circ = 40^\circ$ și, cum $\sphericalangle ACM = \sphericalangle ACP$, obținem $\sphericalangle PCN = 50^\circ$, deci $\triangle PCN$ este isoscel $\Rightarrow PC = PN$ $MB = MC$, deci $PN = MB \Rightarrow MN + PM = BN + MN$, de unde obținem $PM = BN$, deci $BN = 2AM$	2p 3p 3p
	3. a) $f(-1) = (-1)^3 - (a+1) \cdot (-1) - a = -1 + a + 1 - a = 0$, pentru orice număr real a , deci polinomul f se divide cu polinomul $X + 1$, pentru orice număr real a	3p 4p
	b) x_1, x_2 și x_3 sunt numere întregi și $x_1 x_2 x_3 = a$, deci a este număr întreg $f = (X + 1)(X^2 - X - a)$, deci polinomul $X^2 - X - a$ are rădăcini întregi Cum $\Delta = 1 + 4a$, obținem că $1 + 4a = (2k + 1)^2$, unde $k \in \mathbb{N}$, adică $1 + 4a = 4k^2 + 4k + 1$, deci $a = k(k + 1), k \in \mathbb{N}$	2p 3p 3p

4.	a) $f'(x) = 1 + \frac{2x}{2\sqrt{x^2+9}} =$	4p
	$= 1 + \frac{x}{\sqrt{x^2+9}} = \frac{\sqrt{x^2+9} + x}{\sqrt{x^2+9}}$, deci $\sqrt{x^2+9} \cdot f'(x) = \sqrt{x^2+9} + x = f(x)$, pentru orice număr real x	3p
	b) $\int_0^4 \ln(f(x)) dx = \int_0^4 x' \cdot \ln(f(x)) dx =$	2p
	$= x \ln(f(x)) \Big _0^4 - \int_0^4 x \cdot \frac{f'(x)}{f(x)} dx = x \ln(f(x)) \Big _0^4 - \int_0^4 \frac{x}{\sqrt{x^2+9}} dx =$	3p
	$= 4 \ln(f(4)) - \sqrt{x^2+9} \Big _0^4 = 4 \ln 9 - 5 + 3 = 8 \ln 3 - 2$	3p

SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

<i>Itemul de completare elaborat:</i>	
- menționarea competenței specifice evaluate	1p
- menționarea activității de învățare selectate	1p
- respectarea formatului itemului	2p
- elaborarea răspunsului așteptat (baremul de evaluare)	3p
- corectitudinea științifică a informației de specialitate	3p
<i>Itemul de tip alegere multiplă elaborat:</i>	
- menționarea competenței specifice evaluate	1p
- menționarea activității de învățare selectate	1p
- respectarea formatului itemului	2p
- elaborarea răspunsului așteptat (baremul de evaluare)	3p
- corectitudinea științifică a informației de specialitate	3p
<i>Itemul de tip rezolvare de probleme elaborat:</i>	
- menționarea competenței specifice evaluate	1p
- menționarea activității de învățare selectate	1p
- respectarea formatului itemului	2p
- elaborarea detaliată și corectitudinea răspunsului așteptat (baremul de evaluare)	3p
- corectitudinea științifică a informației de specialitate	3p